کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر مربوط به مولف می باشد و زیراکس و یا استفاده از آن با اجازه کتبی از صاحب اثر و با ذکر منبع بلامانع است. در غیر اینصورت شرعا حرام و پیگرد قانونی خواهد داشت.

مساله اول- در تیر شکل زیر مقدار EI ثابت است. با استفاده از قضایای گشتاور سطح مطلوب است:

۱. ترسیم نمودار گشتاور خمشی (۱ نمره)

۲. ترسیم تغییر شکل تقریبی سازه (۰/۵ نمره)

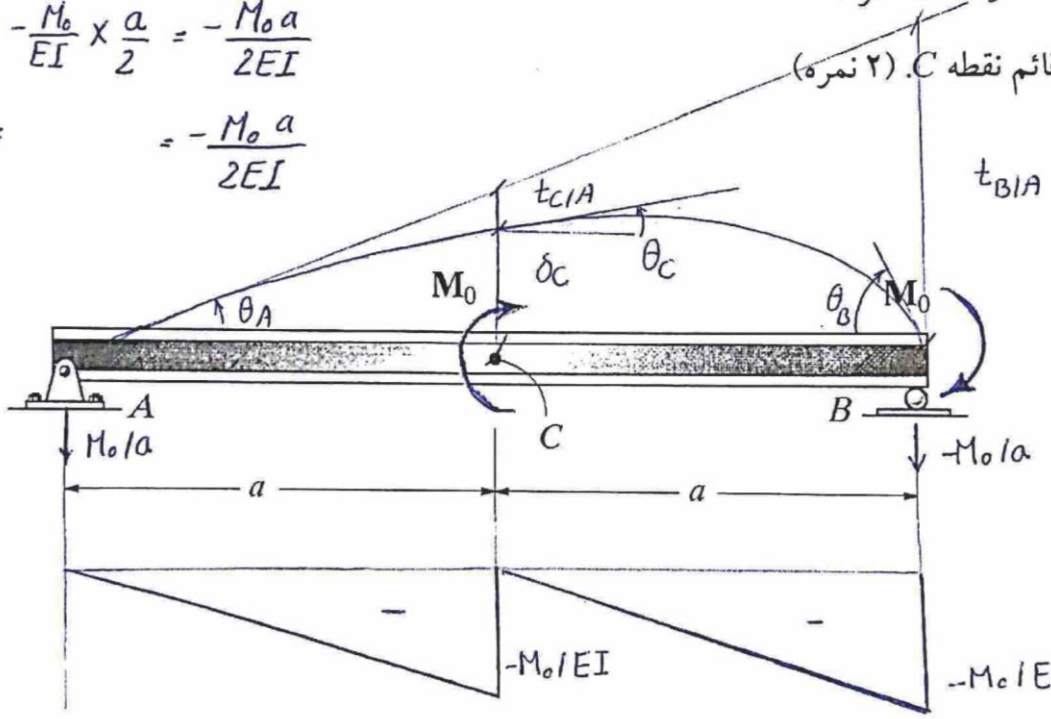
۳. محاسبه فاصله قائم نقاط B و C روی منحنی تغییر شکل یافته تا خط مماس ترسیم شده در A (۲/۵ نمره)

٤. دوران نقطه A و C. (۲ نمره)

۵. تغییرمکان قائم نقطه C. (۲ نمره)

$S_1 = -\frac{M_0}{EI} \times \frac{a}{2} = -\frac{M_0 a}{2EI}$

$S_2 = -\frac{M_0 a}{2EI}$



$t_{C/A} = -\frac{M_0 a^2}{6EI}$

$t_{B/A} = -\frac{5M_0 a^2}{6EI}$

$\theta_A = \frac{5M_0 a}{12EI}$

$\theta_C = -\frac{M_0 a}{12EI}$

$\delta_C = \frac{M_0 a^2}{4EI}$

$t_{C/A} = S_1 \bar{x}_C = -\frac{M_0 a}{2EI} \times \frac{1}{3}a = -\frac{M_0 a^2}{6EI}$

$t_{B/A} = S_1 \bar{x}_{1B} + S_2 \bar{x}_{2B} = -\frac{M_0 a}{2EI} \times \frac{4}{3}a - \frac{M_0 a}{2EI}\frac{a}{3} = -\frac{5M_0 a^2}{6EI}$

$\theta_A = tg\,\theta_A = \frac{|t_{B/A}|}{2a} = \frac{5M_0 a^2}{12EI a} = +\frac{5M_0 a}{12EI}$

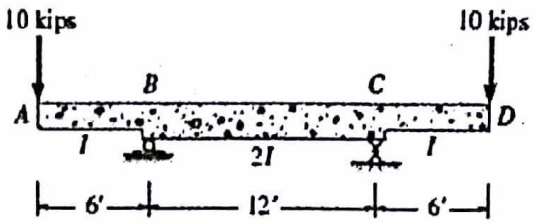
$\theta_C = \theta_A + S_1 \Rightarrow \theta_C = \frac{5}{12}\frac{M_0 a}{EI} - \frac{M_0 a}{2EI} = -\frac{1}{12}\frac{M_0 a}{EI}$

$|\delta_C'| + |t_{C/A}| = |a\theta_A| \quad |\delta_C| + \frac{M_0 a^2}{6EI} = \frac{5M_0 a^2}{12EI} \quad \delta_C = \frac{M_0 a^2}{4EI}$

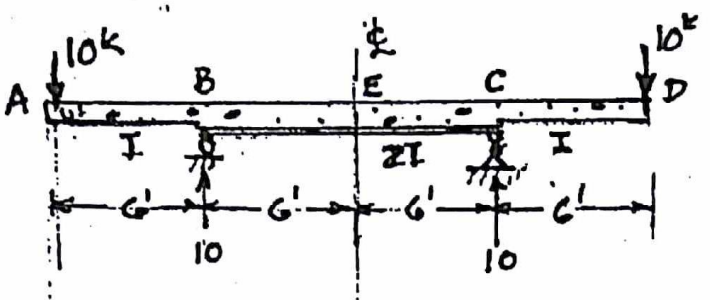
کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر مربوط به مولف می باشد و زیراکس و یا استفاده از آن با اجازه کتبی از صاحب اثر و با ذکر منبع بلامانع است. در غیر اینصورت شرعا حرام و پیگرد قانونی خواهد داشت.

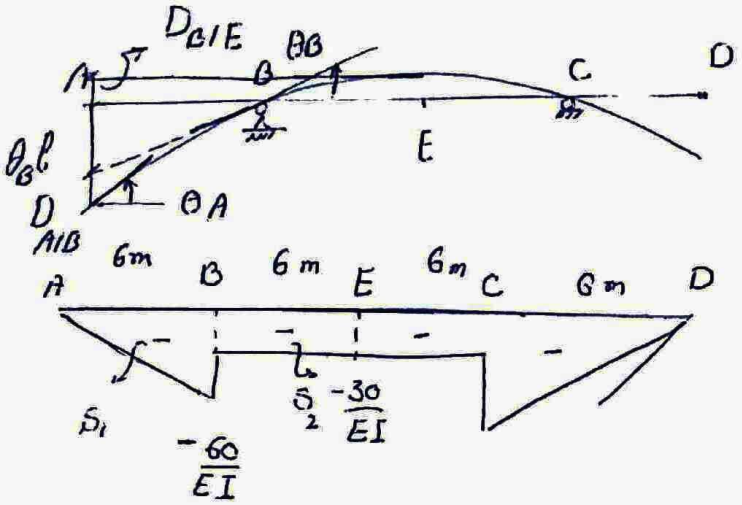
تمرین: تکمیلی ۲. در تیر شکل مقابل مطلوب است محاسبه: a) مقدار شیب و تغییرمکان در نقطه A. b) موقعیت تغییرمکان ماکزیمم در فاصله BC و مقدار آن

P9.11. (*a*) Find the slope and deflection at *A* in Figure P9.11. (*b*) Determine the location and the magnitude of the maximum deflection in span *BC*.



P9.11





$$S_1 = \frac{1}{2}\left(-\frac{60}{EI}\right) \times 6 = -\frac{180}{EI}$$

$$S_2 = \left(-\frac{30}{EI} \times 6\right) = -\frac{180}{EI}$$

$$\vartheta_{B/A} = \vartheta_B - \theta_A = S_1 \Rightarrow \vartheta_B - \vartheta_A = -\frac{180}{EI}$$

$$\theta_{E/B} = \vartheta_E - \vartheta_B = -\frac{180}{EI} \Rightarrow \vartheta_B = \frac{180}{EI}$$

($\vartheta_E = 0$)

$$\vartheta_B - \theta_A = -\frac{180}{EI} \qquad \frac{180}{EI} - \theta_A = -\frac{180}{EI} \Rightarrow \theta_A = \frac{360}{EI}$$

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر مربوط به مولف می باشد و زیراکس و یا استفاده از آن با اجازه کتبی از صاحب اثر و با ذکر منبع بلامانع است. در غیر اینصورت شرعا حرام و پیگرد قانونی خواهد داشت.

$$D_{A/B} = S_{AB} \times \bar{x}_A = -\frac{180}{EI} \times \frac{2}{3} \times 6 = -\frac{720}{EI}$$

$$|\delta_A| = |\ell\theta_B| + |D_{B/A}|$$

$$= \frac{6 \times 180}{EI} + \frac{720}{EI} = \frac{1800}{EI} \qquad \delta_A = -\frac{1800}{EI} \downarrow$$

$$D_{B/E} = S_{BE} \times \bar{x}_B = -\frac{180}{EI} \times 3 = -\frac{540}{EI}$$

$$\delta_E = |D_{B/E}| = \frac{540}{EI}$$

$$\theta_A = +\frac{360}{EI} \circlearrowleft \qquad \theta_B = +\frac{180}{EI} \circlearrowright \qquad \theta_E = 0 \circlearrowright$$

$$\delta_A = -\frac{1800}{EI} \downarrow \qquad \delta_B = 0 \qquad \delta_E = -\frac{540}{EI} \downarrow$$

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر مربوط به مولف می باشد و زیراکس و یا استفاده از آن با اجازه کتبی از صاحب اثر و با ذکر منبع بلامانع است. در غیر اینصورت شرعا حرام و پیگرد قانونی خواهد داشت.

مساله اول- در تیر شکل زیر مقدار EI ثابت است. با استفاده از قضایای گشتاور سطح مطلوب است:

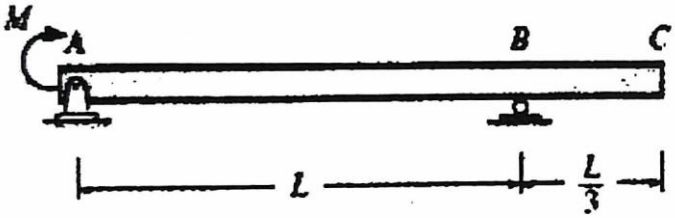
۱. ترسیم نمودار بار الاستیک (۰/۵ نمره)

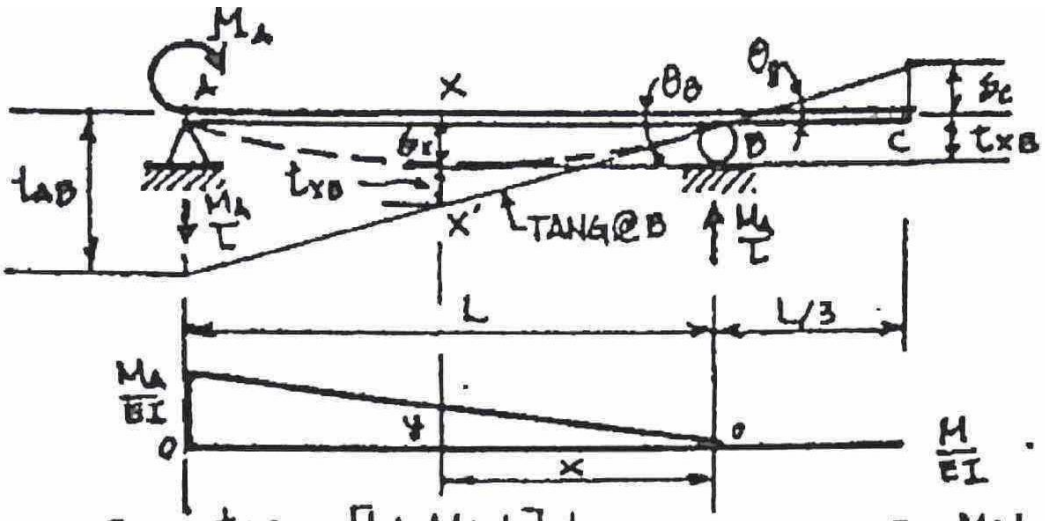
۲. ترسیم تغییر شکل تقریبی سازه (۰/۵ نمره)

۳. دوران نقطه A و B (۲ نمره)

٤. تغییرمکان قائم نقطه C (۱ نمره)

۵. موقعیت تغییرمکان ماکسیمم در دهانه AB (۱ نمره)





$$\theta_B = \frac{t_{AB}}{L} = \left[\frac{1}{2} L \frac{M_A}{EI} \frac{L}{3}\right] \frac{1}{L}$$

$$\theta_B = \frac{M_A L}{6EI}$$

$$\delta_C = \theta_B \left[\frac{L}{3}\right]$$

$$\delta_C = \frac{M_A L^2}{18EI}$$

$$\theta_A = \theta_B + \Delta\theta_{BA} = \frac{M_A L}{6EI} - \left[\frac{1}{2}\frac{M_A}{EI}\right] L$$

$$\theta_A = -\frac{M_A L}{3EI}$$

LOCATE δ_{MAX} WHERE $\theta = 0$

$$\theta_{X=0} = \theta_B - \frac{1}{2} X y$$

WHERE $y_X = [M_A/EI]/L$

$$y = \frac{M_A X}{EIL}$$

$$0 = M_A L/6EI - \frac{1}{2} X \frac{M_A X}{EIL}$$

$$X = 0.577L$$

$$\delta_{MAX} = \delta_X = XX' - t_{XB} = \theta_{BX} - t_{XB}$$

$$= \frac{M_A L}{6EI}(.577L) - \left[\frac{1}{2}(.577L)\left(.577\frac{M_A}{EI}\right)\right]\left[\frac{.577L}{3}\right]$$

$$\delta_{MAX} = \frac{.385 M_A L^2}{6EI}$$